

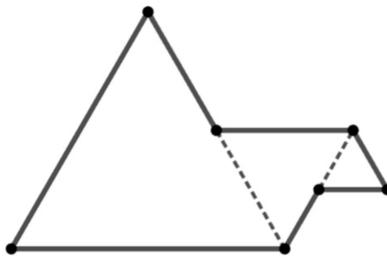
Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Guanajuato

Instrucciones:

- Tienes tres horas para resolver este examen.
- Para cada pregunta, coloca en el la pregunta correspondiente de la forma de Google la respuesta que consideres correcta. Todas las respuestas son números enteros positivos.
- Para resolver los problemas te recomendamos contar con lápiz y papel, pero no está permitido el uso de calculadoras, inteligencia artificial o ayuda de otras personas.
- Los alumnos seleccionados para la siguiente etapa se publicarán el Miércoles 26 de febrero en la página ommgto.cimat.mx

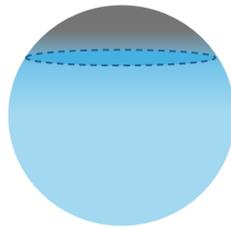
Problemas.

1. En la siguiente figura se tienen tres triángulos equiláteros. El triángulo mediano tiene por lado la mitad del grande y el más chico tiene por lado la mitad del mediano, como se muestra en la imagen. Si el perímetro del grande es de 48 cm, ¿cuál es el perímetro de la figura?



2. Dylan y Eva son hermanos. Además, Dylan tiene 3 hermanos hombres mientras que Eva tiene dos hermanas mujeres. Si x es el número de hermanas mujeres que tiene Dylan y z es el número de hermanos hombres que tiene Eva, determina el valor de $x \times z$.
3. Enrique Cacho no podía dormir, por lo que decidió contar los números 5 que iban apareciendo en su reloj. Si contó desde la 1 am hasta las 6 am, ¿cuántos números 5 vio? Por ejemplo, él cuenta dos números cinco a las 5:53 am.

4. Cada 3 minutos sale un autobús del aeropuerto, y le toma 60 minutos llegar al centro de la ciudad. Un carro sale del aeropuerto al mismo tiempo que uno de los autobuses y sigue la misma ruta. El carro tarda 35 minutos en llegar al centro de la ciudad.
¿Cuántos autobuses adelanta el carro en su trayecto hacia el centro de la ciudad, excluyendo al autobús con el que salió?
5. Jesús quiere salir a correr dos días ésta semana pero no quiere que sean días consecutivos. ¿De cuántas maneras puede escoger los días?
6. El mínimo común múltiplo de 6 y 8 es igual al máximo común divisor de 96 y de x . Si x es el primer número positivo mayor que 96 en cumplir este enunciado, ¿cuál es el valor de x ?
7. El pez Uriel vive en una pecera esférica de radio 13 cm que contiene agua. El agua tiene una altura de 18 cm. El área de la superficie del agua se puede escribir como $X\pi \text{ cm}^2$. Determina el valor de X .



8. Un cubo esta conformado por 1000 cubitos. Si las caras del cubo mayor se pintan de azul, ¿cuántos cubitos tienen exactamente dos caras azules pintadas?
9. Determina el entero positivo de tal manera que al multiplicarlo con la suma de sus dígitos el resultado sea 2025. Por ejemplo si al 25 lo multiplicas con la suma de sus dígitos el resultado es $25 \times 7 = 175$.
10. Determina el valor entero positivo de C tal que $9x^2 + 30x + C$ solo tenga una solución real.
11. Olga desea tomar clases de idiomas y está interesada en aprender inglés, japonés, alemán, francés e italiano. Sin embargo, hay algunas restricciones en sus elecciones:
 - Si decide estudiar japonés o alemán, sólo podrá estudiar dos idiomas al mismo tiempo.
 - Si no elige ninguno de estos dos idiomas, entonces podrá estudiar hasta tres idiomas al mismo tiempo.
 ¿De cuántas maneras diferentes puede Olga seleccionar los idiomas que estudiará?
12. Valentina tiene en el pizarrón los siguientes 2025 números

$$1^4, 2^4, 3^4, \dots, 2024^4, 2025^4.$$

Después, cada número lo borra y lo sustituye por el dígito de sus unidades. Por ejemplo $3^4 = 81$ la sustituye por un 1. Tras borrar todos y sustituirlos como se indica ¿Cuál es la moda de los números en el pizarrón?